УДК 536.6

СЕНСОРЫ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОМЕТРИИ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Н.В. Пилипенко

Рассмотрены основные направления и объекты прикладной теплометрии, приведены математические модели преобразователей нестационарного теплового потока, которые прошли широкую апробацию в экспериментальных исследованиях энергоемких технологических процессов.
Ключевые слова: методы и средства теплометрии, математические модели, прямые и обратные задачи теплопроводности.

Введение

Для ряда интенсивно развивающихся отраслей науки и техники решение основных проблем зависит от возможностей теплометрии – получения экспериментальной информации о плотностях тепловых потоков (ТП) в объектах исследования или проектирования. В частности, это теплоэнергетика, тепловые двигатели, металлургия, электронные устройства, теплозащита летательных аппаратов и их термовакуумные испытания, исследование процессов теплообмена в разреженных, сверхзвуковых, двухфазных, псевдоожиженных и других потоках, медицина, биология, приборы для измерения теплофизических свойств материалов и многое другое (рис. 1).

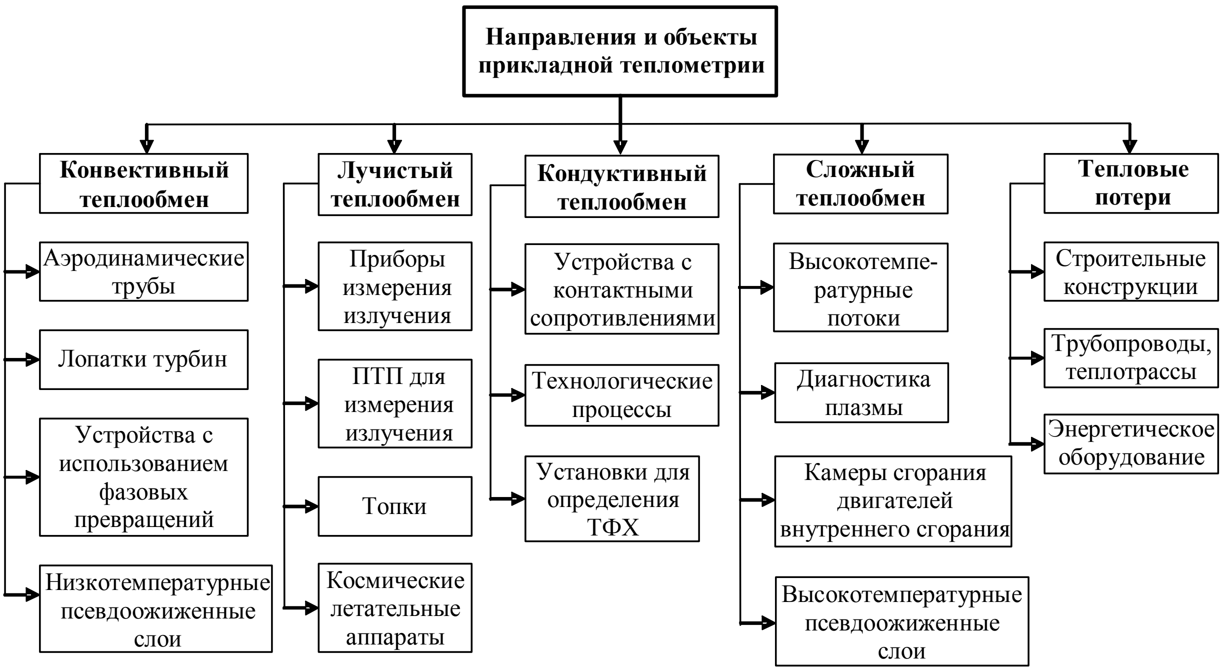

Рис. 1. Направления и объекты прикладной теплометрии

Как видно, объекты прикладной теплометрии отличаются большим разнообразием, и разработка универсальной методологии для оценки тепловых параметров объектов является актуальной задачей.

Для решения ряда проблем в прикладной теплометрии разработаны различного типа приемники тепловых потоков (ПТП), которые, как правило, представляют собой автономные, достаточно миниатюрные устройства с одномерным теплопереносом и, в том числе, одноемкостные. По наличию или отсутствию статической характеристики (градуировки) они могут быть статическими или астатическими средствами прямых или косвенных измерений соответственно.

Измерения плотности переменного теплового потока $q = q(\tau)$ инерционными статическими ПТП, также как и измерения $q = const$ и $q = q(\tau)$ астатическими ПТП, когда они работают в динамическом режиме, относятся к области нестационарной теплометрии. В обоих случаях возникает необходимость расчетного определения (восстановления) плотности входящего в ПТП теплового потока по непосредственно измеряемым температурам или их перепадам в отдельных точках ПТП. Эти задачи относятся к нестационарным граничным обратным задачам теплопроводности (ОЗТ), решения которых связаны с рядом трудностей и частично рассмотрены в работах [1–5].

Все ПТП для нестационарной теплометрии условно можно разделить на градиентные, калориметрические и с элементами полупространства (рис. 2).

Из-за существенных различий в условиях теплометрии большинство ПТП, иногда даже в рамках одной разновидности, существенно отличается как по устройству, так и по методам восстановления плотности теплового потока $q(\tau)$. Практически в литературе отсутствует единый подход к ПТП как средствам измерений, к методологии и возможностям их использования в нестационарной теплометрии, а также к оценкам методических погрешностей измерений. Кроме того, анализ перспектив развития и совершенствования методов прикладной теплометрии показывает, что современный уровень измерительной техники и ее информационных технологий выдвигает перед средствами прикладной нестационарной теплометрии очевидные требования автономного функционирования в реальном времени проведения эксперимента. Важным условием его выполнения является оптимизация алгоритмов восстановления $q(\tau)$ по критериям точности и вычислительной эффективности (быстродействия). Создание единого подхода к прикладной теплометрии требует систематизации, обобщения и анализа обширной информации на основе математических моделей.

Математические модели сенсоров нестационарного теплового потока

Математические модели (ММ) являются количественным представлением процессов теплопереноса в ПТП, в которых учитываются особенности конструкции ПТП и их размещение на объекте исследования. ММ ПТП предназначены для решения прямых задач теплопереноса (ПЗТ) в ПТП с целью исследования статических и динамических свойств последних, а именно: реакции ПТП на различные входные воздействия $q(\tau)$, расчетов статических характеристик (градуировок), расчетов стандартных динамических характеристик – переходных, импульсно-переходных, частотных и др., а также использования при решении граничных ОЗТ по восстановлению плотности входящих в ПТП тепловых потоков $q(\tau)$ произвольной формы.

Основными требованиями к ММ ПТП являются:

– высокая степень адекватности ММ реальным процессам, протекающим в ПТП, и точности их описания;
– наличие оптимального по точности и вычислительной экономичности (быстродействию) алгоритма решения, удобного для реализации на ЭВМ.

В соответствии с общепринятой методологией построения (идентификации) ММ адекватных реальным объектам вначале должна выполняться структурная идентификация ММ – выбор ее математический структуры и формы, а затем параметрическая идентификация – установление значений ее параметров (коэффициентов). Применительно к ПТП решение задачи структурной идентификации ММ обеспечивается учетом в тепловых моделях (ТМ) ПТП всех существенных факторов теплопереноса, в том числе:

– особенности конструкции, наличие составляющих элементов из различных материалов, защитных слоев, контактных тепловых сопротивлений, воздушных зазоров и др.;
– зависимость теплофизических характеристик (ТФХ) материалов от температуры и другие возможные нелинейности;
– реальные граничные условия теплообмена на рабочей и тыльной поверхностях ПТП, и т.д.

Анализ результатов модельных и натурных экспериментов [4, 5] показал, что из всего многообразия ММ сформулированным выше требованиям удовлетворяют дифференциально-разностные модели (ДРМ) [4]. Теплоперенос в одномерных ПТП любого типа может быть описан системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно составляющих t_i вектора состояния $\mathbf{T}(\tau)$, которая в векторно-матричной форме имеет вид [4, 6]

$$\frac{d}{d\tau}\mathbf{T}(\tau) = \mathbf{T}(\tau) = F \cdot \mathbf{T}(\tau) + G\mathbf{U}(\tau). \qquad (1)$$

Для однородного теплоизолированного стержня с граничными условиями второго рода $q(\tau)$ на торце векторы состояния $\mathbf{T}(\tau)$ и управления $\mathbf{U}(\tau)$, матрицы обратных связей F и управления G имеют вид [6]

$$\mathbf{T} = \begin{vmatrix} t_1 \\ t_2 \\ . \\ t_n \end{vmatrix}; \ \mathbf{U} = \begin{vmatrix} q_1(\tau) \\ q_2(\tau) \end{vmatrix}; \ G = \begin{vmatrix} \frac{1}{c\rho\Delta} & 0 \\ 0 & 0 \\ . & . \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c\rho\Delta} \end{vmatrix}; \ F = \begin{vmatrix} -2b & 2b & 0 & . & 0 \\ b & -2b & b & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & b & -2b & b \\ 0 & . & 0 & 2b & -2b \end{vmatrix}.$$

Общее решение уравнения (1) может быть записано в виде:

$$\mathbf{T}(\tau) = \Phi(\tau, \tau_0)\mathbf{T}(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \Phi(\tau, \Theta) G\mathbf{U}(\Theta) d\Theta,$$

где $\Phi(\tau, \tau_0)$ – переходная $(n \times n)$ – матрица (матрица Коши, матрициант).

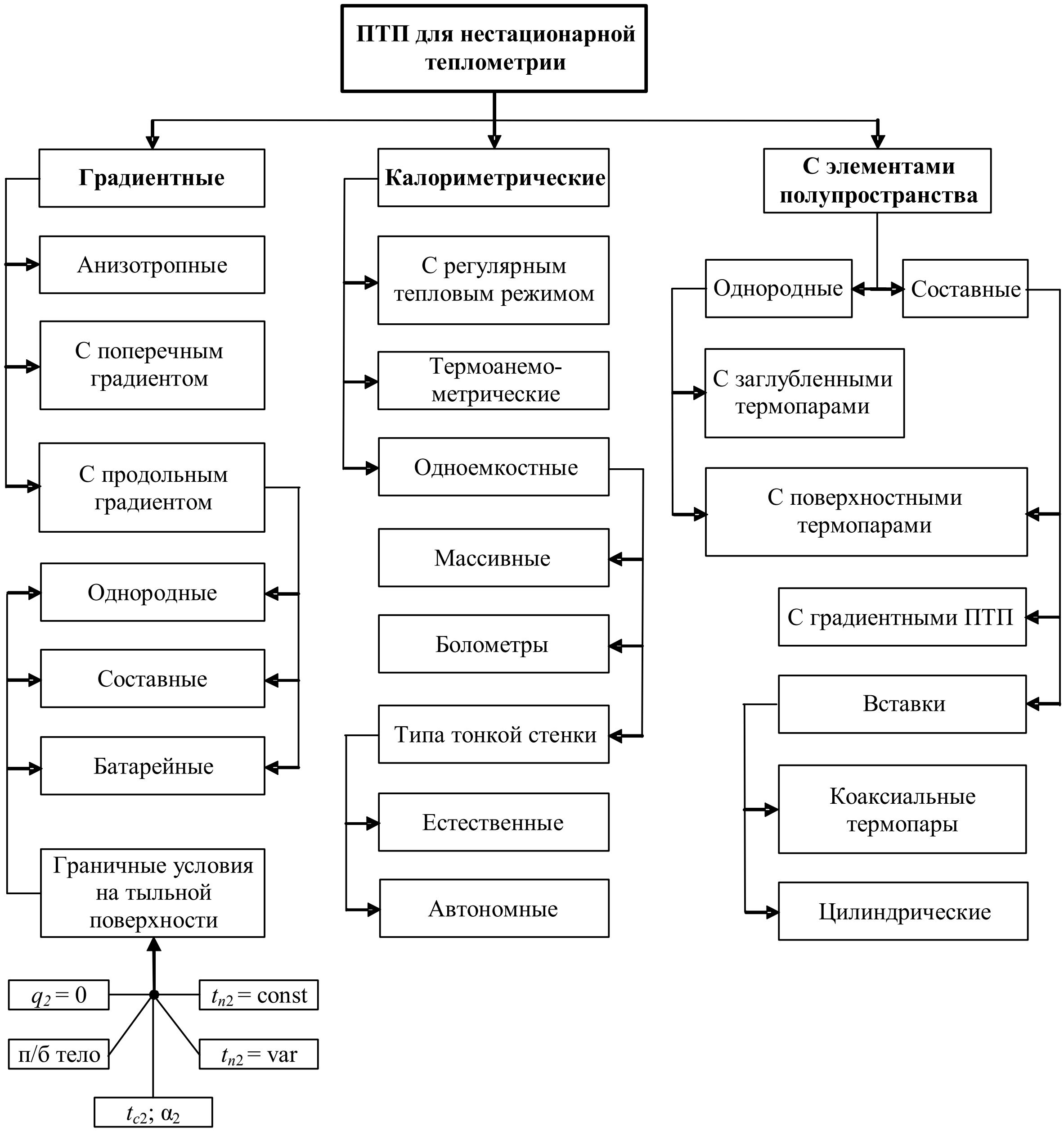

Рис. 2. ПТП для нестационарной теплометрии

Переходная матрица $\Phi(\tau, \tau_0)$ отражает внутренние тепловые связи в ПТП, так как ее элементы представляют собой переходные за период $\Delta\tau = \tau - \tau_0$ процессы каждой составляющей вектора состояния от единичных возмущений по остальным его составляющим, протекающие в свободной системе ($\mathbf{U} = 0$).

При численных решениях уравнения (1), в соответствии с требованиями к его точности, устанавливается малый временной шаг $\Delta\tau$. Тогда матрица $\Phi(\tau, \tau_0)$ определяется следующим бесконечным рядом:

$$\Phi(\tau,\tau_0) = I + F\cdot\Delta\tau + \frac{1}{2!}\cdot F^2\cdot(\Delta\tau)^2 + \frac{1}{3!}\cdot F^3\cdot(\Delta\tau)^3 + ... + \frac{1}{p!}\cdot F^p\cdot(\Delta\tau)^p,$$

где I – единичная матрица размерности $(n\times n)$, а решение имеет вид [1]

$$\mathbf{T}_{k+1} = \Phi\cdot\mathbf{T}_k + \frac{1}{2}\cdot(I+\Phi)\cdot G\cdot\mathbf{U}_k\cdot\Delta\tau, \qquad (2)$$

где $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}(\tau_k)$, $\mathbf{U}_k = \mathbf{U}(\tau_k)$, а $\tau_k = k\cdot\Delta\tau$, $k = 0, 1, 2\ldots$

При рассмотрении линейного теплопереноса переходная матрица Φ постоянна и вычисляется единожды. Однако, решение уравнения (2) может быть использовано и при зависимости теплопроводности λ и теплоемкости c от температуры. В этом случае выполняется пошаговая, на один шаг вперед, линеаризация матрицы F: для $(k+1)$-го шага значения λ и c относятся к температурам $\mathbf{T}_k$, полученным на предыдущем шаге. Переходная матрица должна вычисляться для каждого $(k+1)$-го временного шага.

ДРМ в виде (1) описывает процесс нестационарного теплопереноса в ПТП. При этом измерению подлежат либо температуры в отдельных точках, либо градиенты этих температур, либо среднеобъемные температуры чувствительных элементов. Эта информация, а также сведения о характере и величинах погрешностей в измерениях отражаются в следующей математической модели измерений ПТП:

$$\mathbf{Y}_k = H\mathbf{T}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k ,$$

где $\mathbf{Y}_k$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ – векторы измерений и погрешностей в измерениях; H – матрица измерений.

Заключение

Проведен анализ направлений и объектов прикладной теплометрии, приведены основные типы приемников тепловых потоков, разработаны адекватные математические модели процессов теплопереноса в приемниках, а также созданы программы для определения с единых позиций динамических характеристик различных типов приемников для восстановления нестационарного теплового потока.

Автором разработаны и прошли многократную апробацию ДРМ различных типов ПТП, приведенных на рис. 2, составлены оригинальные программы определения с единых позиций динамических характеристик ПТП и восстановления нестационарных тепловых потоков.

Литература

1. Пилипенко Н.В. Методы параметрической идентификации в нестационарной теплометрии. Ч. 1 // Изв. вузов. Приборостроение. – 2003. – Т. 46. – № 8. – С. 50–54.
2. Пилипенко Н.В. Методы параметрической идентификации в нестационарной теплометрии. Ч. 2 // Изв. вузов. Приборостроение. – 2003. – Т. 46. – № 10. – С. 67–71.
3. Пилипенко Н.В. Методические погрешности определения нестационарных условий теплообмена при параметрической идентификации // Измерительная техника. – 2007. – № 8. – С. 54–59.
4. Пилипенко Н.В., Гладских Д.А. Решение прямых и обратных задач теплопроводности на основе дифференциально-разностных моделей теплопереноса // Изв. вузов. Приборостроение. – 2007. – Т. 50. – № 3. – С. 69–74.
5. Пилипенко Н.В., Кириллов К.В. Определение нестационарных условий теплообмена в энергетических установках // Приборы. – 2008. – № 9. – С. 21–25.
6. Pilipenko N. Parametrical identification of differential-difference heat transfer models in non-stationary thermal measurements // Heat Transfer Research. – 2008. – V. 39. – № 4. – P. 311–315.

Пилипенко Николай Васильевич – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, pilipenko38@mail.ru